Universität Duisburg-Essen, Campus Essen **29. Januar 2007**

Mathematische Grundlagen 1[1]
WS 2005/06

Zusatzaufgaben zum Simplex-Algorithmus.

Aufgabe 1: Sei

$$(U) := \left\{ \begin{array}{rcr} x_1 - x_3 - 2 \cdot x_4 & = & -1 \\ 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 & \geq & -3 \\ x_1 - x_2 - 2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 & \leq & 1 \\ 3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 & \geq & -6 \\ 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 & \leq & 10 \end{array} \right.$$

Man berechne ein Minimum der Zielfunktion $\gamma(x_1, x_2, x_3, x_4) := x_1 + 3 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 + 1$ auf der Lösungsmenge von (U) und gebe einen Punkt (x_1, x_2, x_3, x_4) an, in dem das Minimum angenommen wird.
Lösung: Im Punkt $(-60, 11, -13, -23)$ wird das Minimum 32 angenommen.

Aufgabe 2: Sei

$$(U) := \left\{ \begin{array}{rcr} x_1 - 2 \cdot x_3 & \geq & -5 \\ 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - x_3 & \geq & 2 \\ x_2 & \geq & -4 \\ 8 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 - x_3 & \leq & 14 \end{array} \right.$$

Erraten Sie eine (offensichtliche) Startlösung von (U) und berechnen Sie das Maximum von $\gamma(x_1, x_2, x_3) := x_3 - 1$ auf (U) und einen Punkt (x_1, x_2, x_3) in dem dieses Maximum angenommen wird.
Lösung: Im Punkt $(\frac{89}{15}, -4, \frac{82}{15})$ wird das Maximum $\frac{67}{15}$ erreicht.

Aufgabe 3: Sei

$$(U) := \left\{ \begin{array}{rcr} x_1 + x_2 - x_3 & \geq & -5 \\ 2 \cdot x_1 - x_2 - x_3 + x_4 & \geq & -3 \\ -x_1 + 2 \cdot x_3 & \geq & 0 \\ x_1 - x_3 & \leq & 1 \\ -2 \cdot x_2 + x_3 + x_4 & \leq & 3 \\ 3 \cdot x_2 - x_4 & = & 0 \end{array} \right.$$

Erraten Sie eine (offensichtliche) Startlösung von (U) und berechnen Sie das Maximum von $\gamma(x_1, x_2, x_3, x_4) := x_1$ auf (U) und einen Punkt (x_1, x_2, x_3, x_4) in dem dieses Maximum

[1] http://www.iem.uni-due.de/mathGrundl1

angenommen wird.
Lösung: Im Punkt $(10, -6, 9, -18)$ wird das Maximum 10 erreicht.

Aufgabe 4: Sei

$$(U) := \left\{ \begin{array}{rcr} 4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 & \geq & 6 \\ -x_1 - x_2 - x_3 & \leq & -4 \\ -4 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 & \leq & -12 \\ x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 & \geq & 5 \\ x_1 + x_3 & \geq & 1 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + x_3 & \geq & 3 \end{array} \right.$$

Welcher der Vektoren $\mathfrak{v}_1 := (-1, 2, 1), \mathfrak{v}_2 := (-1, 1, 4), \mathfrak{v}_3 := (1, 4, -1) \in \mathbb{R}^3$ löst (U)? Man nehme diesen als Startlösung für die Berechnung des Minimums der Funktion $\gamma(x_1, x_2, x_3) := 7 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 5$ auf (U) und gebe einen Punkt (x_1, x_2, x_3) an, wo das Minimum angenommen wird.
Lösung: Im Punkt $(-2, 0, 7)$ wird das Minimum 9 erreicht.